DS1 – Seconde – Corrigé

Exercice 1

1. Définition : Soit a un nombre positif. Alors la racine carrée de a est l'unique nombre positif, noté $\sqrt{a}$, dont le carré est égal à a.
2. Donner les valeurs approchées à 10^{-2} près de :

$$\sqrt{2} \simeq 1,41 \qquad \sqrt{3} \simeq 1,73$$

3. Propriétés : Soit a et b deux nombres positifs. Alors :

$a)$ $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

$b)$ On suppose de plus que $b > 0$, alors : $\sqrt{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Exercice 2

1.

$$\begin{aligned} \mathrm{A} &= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} - 1} \\ &= \frac{\frac{3}{6} - \frac{2}{6}}{\frac{3}{4} - \frac{4}{4}} \\ &= \frac{\frac{1}{6}}{-\frac{1}{4}} \\ &= -\frac{4}{6} \end{aligned}$$

$$\boxed{\mathrm{A} = -\frac{2}{3}}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{B} &= \frac{(2^3)^2 \times 3^4}{3^3 \times 2^3} \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 \\ &= \frac{2^6 \times 3^4}{3^3 \times 2^3} \times \frac{3^3}{2^3} \\ &= \frac{2^6 \times 3^7}{3^3 \times 2^6} \\ &= 3^4 \end{aligned}$$

$$\boxed{\mathrm{B} = 81}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{C} &= \left(2^3\right)^3 \times (2 \times 5)^{-2} \\ &= \frac{2^9}{(2 \times 5)^2} \\ &= \frac{2^9}{2^2 \times 5^2} \\ &= \frac{2^7}{5^2} \end{aligned}$$

$$\boxed{\mathrm{C} = \frac{128}{25}}$$

Autre méthode :

$$\begin{aligned} \mathrm{C} &= \left(2^3\right)^3 \times (2 \times 5)^{-2} \\ &= \frac{2^9}{10^{-2}} \\ &= 512 \times 10^{-2} \end{aligned}$$

$$\boxed{\mathrm{C} = 5,12}$$

2.

$$\begin{aligned}
\mathrm{E} &= \sqrt{180} - 2\sqrt{45} \\
&= \sqrt{2 \times 9 \times 2 \times 5} - 2\sqrt{9 \times 5} \\
&= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5} - 2\sqrt{3^2 \times 5} \\
&= 2 \times 3 \times \sqrt{5} - 2 \times 3 \times \sqrt{5} \\
&= 6\sqrt{5} - 6\sqrt{5}
\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathrm{E} = 0}$$

Exercice 3

$$\begin{aligned}
\mathrm{A}(x) &= (4x+5)\underline{(x-2)} - 3\underline{(x-2)}(x+3) \\
&= (x-2)\left[(4x+5) - 3(x+3)\right] \\
&= (x-2)\left[4x+5-3x-9\right]
\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathrm{A}(x) = (x-2)(x-4)}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{B}(x) &= (2x+1)(3x-1) - 3x(1-3x) \\
&= (2x+1)(3x-1) + (-1) \times 3x(1-3x)
\end{aligned}$$

On remarque que $(1-3x) = -(3x-1)$, donc $(-1) \times (1-3x) = (3x-1)$.
Donc

$$\begin{aligned}
\mathrm{B}(x) &= (2x+1)\underline{(3x-1)} + 3x\underline{(3x-1)} \\
&= (3x-1)\left[(2x+1) + 3x\right]
\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathrm{B}(x) = (3x-1)(5x+1)}$$

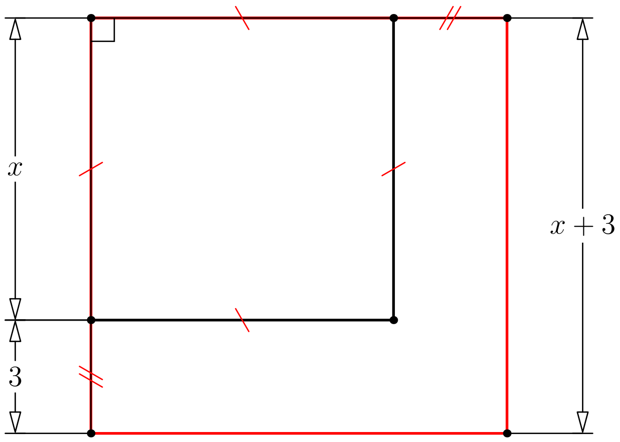
$$\begin{aligned}
\mathrm{C}(x) &= 25x^2 - 20x + 4 \\
&= (5x)^2 - 2 \times 5x \times 2 + 2^2
\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathrm{C}(x) = (5x-2)^2}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{D}(x) &= 49 - 9x^2 \\
&= 7^2 - (3x)^2
\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathrm{D}(x) = (7+3x)(7-3x)}$$

Exercice 4 Notons x l'inconnue, qui est la longueur d'un côté du carré avant augmentation de la longueur de ses côtés.



- L'aire du carré avant augmentation de la longueur de ses côtés est : x^2.
- L'aire du carré après augmentation de la longueur de ses côtés de 3 cm est : $(x+3)^2$.
- D'après l'énoncé, la nouvelle aire est égale à l'ancienne augmentée de 99 cm^2.

Donc :

$$(x+3)^2 = x^2 + 99$$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 99$$

$$6x = 90$$

$$x = \frac{90}{6} = 15$$

Donc $\boxed{\text{la longueur des côtés du carré avant augmentation de la longueur de ses côtés est de 15 cm}}$.

Exercice 5 Décomposons chacune des fractions données :

$$\frac{7}{12} = \frac{6}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{12}$$

$$\frac{3}{5} = 0,6 = 0,5 + 0,1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{10}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{8}{15} = \frac{7,5}{15} + \frac{0,5}{15} = \frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{2}}{15} = \frac{1}{2} + \frac{1}{30}$$

On sait que $\frac{1}{30} < \frac{1}{12} < \frac{1}{10} < \frac{1}{8}$ donc la plus grande de ces fractions est $\frac{5}{8}$: $\boxed{\text{il faut préférer les } \frac{5}{8} \text{ du sac de billes.}}$